



MINISTERUL EDUCAȚIEI

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ – 10.02.2024
CLASA a VI- a

Problema 1

Fie $a; b \in \mathbb{N}^*$ și suma $S = \frac{(a,b)}{a} + \frac{[a;b]}{b}$ unde $(a; b)$ este cel mai mare divizor comun al numerelor a și b , iar $[a; b]$ este cel mai mic multiplu comun al numerelor a și b . Arătați că dacă $S \in \mathbb{N}$ atunci $S = 2$.

Problema 2

- a) Verificați dacă numerele 221 și 222222 sunt divizibile cu 13.
- b) Un număr A este format din 2024 cifre de 2 și o cifră de 1. Arătați că A nu este număr prim.

Problema 3

Fie $x = \frac{5^{n+1} + \overline{abc}}{5^n}$, $n \in \mathbb{N}^*$ și \overline{abc} număr natural, scris în baza 10.

- a) Pentru $n=2$, aflați câte numere \overline{abc} există astfel încât x să fie natural.
- b) Arătați că există un număr \overline{abc} astfel încât $x \in \mathbb{N}$, oricare ar fi $n \in \mathbb{N}^*$, $n \leq 4$.

Problema 4

Unghiurile în jurul unui punct O , $\sphericalangle XOY$, $\sphericalangle YOZ$, $\sphericalangle ZOX$ au bisectoarele OA , OB , respectiv OC , iar $\sphericalangle AOB$, $\sphericalangle BOC$, $\sphericalangle COA$ sunt direct proporționale cu 7, 8, respectiv 9.

- a) Determinați măsurile $\sphericalangle XOY$, $\sphericalangle YOZ$, și $\sphericalangle ZOX$.
- b) Arătați că bisectoarele unghiurilor $\sphericalangle YOB$ și $\sphericalangle XOC$ sunt semidrepte opuse.

NOTĂ: Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp efectiv de lucru: 3 ore.

Fiecare problemă este notată de la 0 la 7 puncte.